

Universidad Central del Ecuador
Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas
Carrera de Ingeniería Civil
FÍSICA (2024-2024)
PAE 1
VECTORES: Álgebra de Vectores 1
24 de abril de 2024

1) Expresar los siguientes vectores en coordenadas esféricas:

a) $\vec{A} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ [m].
b) $\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ [m].
c) $\vec{C} = (C_{xy} = 55m;\text{N}60°\text{E}; -60\hat{k})$

2) Transforme los siguientes vectores a componentes rectangulares:

a) $\vec{v} = (v = 70\ \text{m/s}, \theta = 110°, \phi = 130°)$
b) $\vec{a} =(a_{xy} = 8\ \text{m/s}^2, \theta = 40°, z = -1{,}0\ \text{m/s}^2)$
c) $\vec{F} = (F = 2{,}0\ \text{N}, \alpha = 150°, \beta = 110°)$. Nota. Asuma que γ es agudo.

3) Encuentre el vector de magnitud $3\sqrt{2}$ unidades y que hace un ángulo de $\pi/4$ radianes con el eje y y $\pi/3$ con el eje z.

4)Efectuar las siguientes operaciones vectoriales dados los siguientes vectores:

$\vec{A} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ [m].
$\vec{B} = -1{,}5\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$ [m].
$\vec{C} = -5\hat{i} + 2{,}5\hat{j} + 3\hat{k}$ [m].

a) $2(\vec{A} \times \vec{B}) - 3(\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C}$
b) $\vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$
c) $\vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B})$

5) Sabiendo que $\vec{A} = (m + n)\hat{i} + (2m + 3)\hat{j}$ y $\vec{B} = (m - 2)\hat{i} + (2m - 3n)\hat{j}$. Calcule los números reales m y n para que se cumpla que: $2\vec{A} + 3\vec{B} = 0$.

6) Determine los valores de a y b de tal manera que el vector $\hat{\mu}_3$ forme un triángulo equilátero con los dos vectores unitarios $\hat{\mu}_1$ y $\hat{\mu}_2$, de tal manera que se cumple que:

$\hat{\mu}_1 = \hat{i}$
$\hat{\mu}_2 = a\hat{i} + b\hat{j}$
$\hat{\mu}_3 = \hat{\mu}_1 + \hat{\mu}_2$

7) Si α y β ángulos directores de un vector, demostrar que:

$cos^2(\alpha) + cos^2(\beta) \leq 1$

8) Resolver la siguientes operaciones de vectores

Si:
$\vec{\boldsymbol{A}} = \hat{\boldsymbol{\imath}} + 2\hat{\boldsymbol{\jmath}} + \hat{\boldsymbol{k}}$ [m].
$\vec{\boldsymbol{B}} = -\hat{\boldsymbol{\imath}} + 3\hat{\boldsymbol{\jmath}} - 2\hat{\boldsymbol{k}}$ [m].
$\vec{\boldsymbol{C}} = (4m$;S50°O; $-2\hat{\boldsymbol{k}})$

a) $\vec{\boldsymbol{A}} + 2\vec{\boldsymbol{B}} - 4\vec{\boldsymbol{C}}$
b) $\vec{\boldsymbol{A}} \cdot \vec{\boldsymbol{B}} + \vec{\boldsymbol{B}} \cdot \vec{\boldsymbol{C}}$
c) $\vec{\boldsymbol{B}} \times (\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{C}})$

9) Encuentre la superficie del paralelogramo que forman los vectores $\vec{\boldsymbol{P}}$ y $\vec{\boldsymbol{R}}$, y el volumen del paralelepípedo que forman los vectores $\vec{\boldsymbol{P}}$, $\vec{\boldsymbol{Q}}$ y $\vec{\boldsymbol{R}}$:

$\vec{\boldsymbol{P}} = (22 \text{ m}, \theta = 125°, \phi = 25°)$
$\vec{\boldsymbol{Q}} = (20 \text{ m}, \theta = 60°, z = 7{,}0 \text{ m})$
$\vec{\boldsymbol{R}} = (16 \text{ m}, \alpha = 55°, \beta = 60°)$ (la componente z es negativa).

10) Encuentre todos los vectores de magnitud $10\sqrt{3}$ y que es perpendicular al plano que forman los dos vectores:

$\vec{\boldsymbol{A}} = \hat{\boldsymbol{\imath}} + 2\hat{\boldsymbol{\jmath}} + \hat{\boldsymbol{k}}$
$\vec{\boldsymbol{B}} = -\hat{\boldsymbol{\imath}} + 3\hat{\boldsymbol{\jmath}} + 4\hat{\boldsymbol{k}}$

11) a)Demuestre que la expresión para el producto vectorial de dos vectores dada por:

$\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{B}} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{\boldsymbol{\imath}} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{\boldsymbol{\jmath}} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{\boldsymbol{k}}$

Tiene cómo magnitud: $|\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{B}}| = |\vec{\boldsymbol{A}}||\vec{\boldsymbol{B}}|sen(\theta)$.

b) Demuestre que el vector $\vec{\boldsymbol{A}} \times \vec{\boldsymbol{B}}$ es perpendicular tanto al vector $\vec{\boldsymbol{A}}$ como al vector $\vec{\boldsymbol{B}}$.

12) Demostrar de la definición de producto escalar que:

$$\vec{\boldsymbol{A}} \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = |\vec{A}||\vec{B}|cos(\theta) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Donde θ es el ángulo entre los vectores $\vec{\boldsymbol{A}}$ y $\vec{\boldsymbol{B}}$, cuyas componentes rectangulares son:
$\vec{\boldsymbol{A}} = A_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + A_y\hat{\boldsymbol{\jmath}} + A_z\hat{\boldsymbol{k}}$ y $\vec{\boldsymbol{B}} = B_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + B_y\hat{\boldsymbol{\jmath}} + B_z\hat{\boldsymbol{k}}$.